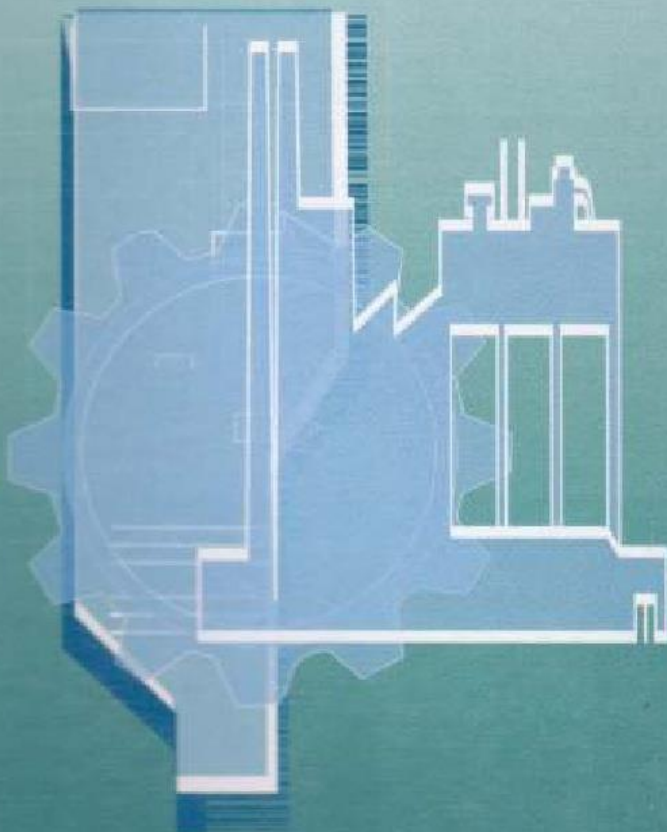




PROSIDING

INDUSTRIAL **Gathering** 2005

Tantangan dan Peluang Membangkitkan Daya Saing
Industri Indonesia Berbasis Teknologi



Yogyakarta, 11-12 Juni 2005

Program Studi Teknik Industri
Universitas Ahmad Dahlan

Jl. Prof.Dr. Soepomo Janturan Yogyakarta

E-mail: Industrialgath_uad@yahoo.com

SUSUNAN KEPANITIAAN

Steering Committee :

Drs. Muchlas, M.T.

Annie Purwani, S.TP., M.T.

Organization Committee

Ketua I : Afan Kurniawan, S.T, M.T.

Ketua II : Harma Didy Wicaksono

Keuangan : Tri Joko Wibowo, S.TP.

Dyah Wulandari

Sekretaris I : M. Budi Nur Rahman, S.T.

Siti Mahsanah Budijati, S.TP., M.T.

Tri Widyastuti

Sekretaris II : Angga Harry Wibowo

Syamsudin

Acara : Lina Mulyani, Abdul Ghoni Mubarrok

Logistik : Yoshef Hazbillah I, Faisal Hadi, Gusti Masmulyanti,
Nenis Dewi Hindriani, Yayan Fariani..

Sponsorship : Trisnawan, Edy Torial, Warnoto, Hariyono Anwar

Publikasi : Tengku Zulhendra Isa, Nono Suwarjono.

DAFTAR ISI

1	Peran Jaringan Komputer Dalam Dunia Industri Suprajono, Nuryanto	1
2	Penerapan Manajemen Mutu Terpadu Pada Bidang Pendidikan Di Perguruan Tinggi Suprajono	6
3	Analisis Kualitas Pelayanan Menggunakan Gap 4 pada Model <i>Servqual</i> Gap Di PT. Centris Raya Taxi Transportasi Yogyakarta Chrisna Hadi Baskoro, Hari Santoso, Baju Bawono	15
4	Analisis Kualitas Pelayanan Menggunakan Gap 1 Pada Model <i>ServQual</i> (Studi Kasus di Stasiun Radio MTV SKY JOGJA) Andri Winoto, Hadi Santono, Baju Bawono	23
5	Managemen Inventori Untuk Mengantisipasi Rencana Kenaikan Harga Yang Diketahui (Known Price Increases) Dengan Keterbatasan Modal Kerja Elisa Kusriani	30
6	Penentuan Kebijakan Perawatan Dengan Pendekatan <i>Reliability Centered Maintenance (Rcm)</i> li (Studi Kasus Pada Line TI PT. X) Nani Kurniati, Mochamad Ardiansyah	36
7	Analisi Postur Kerja Dan Perancangan Dimensi Tempat Kerja Berdasarkan Prinsip-Prinsip Ergonomi Dengan Menggunakan Metode <i>Raid Upper Limb Assessment</i> (Rula) Yusuf Widharto, Hari Purnomo	48
8	Perbandingan Metode-Metode Biomekanik Untuk Menganalisis Postur Pada Aktivitas <i>Manual Material Handling</i> (Mmh) Ratih Setyaningrum, Rafiah Sarva M.	56
9	Model Penjadwalan Pemesanan Multi Item Dinamis dengan Adanya Diskon dan Penggunaan Gudang Bersama Siti Mahsanah Budijati	65
10	Perancangan Termal Boiler Untuk Memproduksi Uap Maksimal 7 Ton/Jam Bertekanan 20 Atm Dan Temperatur 3000 C Agung Kristanto	76
11	<i>Vehicle Routing</i> Dan Berbasis Penggunaannya Isana Arum Primasari	84
12	Alternatif Pengambilan Keputusan Investasi Mesin Dalam Rangka Memenuhi Permintaan Isana Arum Primasari	92
13	Penerapan Metode Drp (<i>Distribution Requirement Planning</i>) Untuk Minimasi Biaya Distribusi Barang Wiwiek Ariyani, Annie Purwani, Isana Arum P	100
14	Perancangan Model Dasar <i>Balanced Scorecard</i> Untuk Rsu PKU Muhammadiyah Yogyakarta Syafa'atul Etikasari, Annie Purwanie, Endah Utami	109
15	Pengendalian Kualitas Ketangguhan Baja Karbon Rendah Dengan Variasi Sudut Retak Pada Suhu Kamar Dan Suhu Rendah Muhammad Budi Nur Rahman	118
16	Peningkatan Kualitas Layanan Berdasarkan Keluhan Pelanggan Dengan Sistem Keluhan-Saran Dan Konsep Use-Pdsa Pada Rumah Makan "Ayam Bakar Wong Solo" Yogyakarta Endah Utami, Hani Rochmanudin	127
17	Tijauan Ergonomi Terhadap Keselamatan Pengemudi Bis Angkutan Umum Suatu Kajian Pustaka Abdul Rohim	135

18	Analisis Waktu Dan Gerakan Kerja Bagian Peracikan Obat Guna Meningkatkan Pelayanan Konsumen (Studi Kasus Di Apotik Rst Dr. Soedjono Magelang)	143
	Retno Rusdijati, Oesman Raliby	
19	Solusi Optimal Masalah-Masalah Linier Programming Dengan Pendekatan <i>Spread Sheet</i>	150
	Oesman Raloeby	
20	Fermentasi Alkohol	157
	Dari Bahan Dasar Bonggol Pisang Ambon (<i>Musa Paradisiaca L.Cv.Ambon</i>)	
	Dwi Suhartanti	
21	Implementasi Lintasan Terpendek Dengan Delphi	163
	Suprihatin	
22	Analisis Kandungan Etanol, Ph, Jumlah Sel Khamir Pada Proses Fermentasi Buah Mengkudu (<i>Morinda Citrifolia</i>) Selama Penyimpanan	173
	Dwi Suhartanti	
23	Kajian Penerapan Matematika Di Bidang Teknik Khusus Pada Volume Benda Putar	178
	Sumargiyani	
24	Aplikasi <i>Business Process Reengineering</i> Menggunakan Model Simulasi Berbasis Komputer	182
	Ali Parkhan, Adhitya Eka Yudha	
25	Evaluasi Program Keselamatan Kerja Dengan Pendekatan <i>Fault Tree Analysis</i> Pada PT. Sundamanik Bogor	190
	Tri Budiyanto, Afan Kurniawan, Deny Wahyudi	
26	Penerapan Jaminan Mutu Pendidikan Dan Kompetensi	201
	Bambang Purwanggono, Arfan Bakhtiar	
27	Beberapa Aspek Pada Teori Keputusan	209
	Bagi Penerapan Ergonomi Industri	
	Widodo Hariyono	
28	Usulan Rancangan Pengaturan Ulang Gudang Bahan Baku Benang Departemen Weaving (Studi Kasus di PT. Dupantex Pekalongan)	216
	Hari Purnomo, Adhi Bowo Yudanto	
29	Pengendalian Kualitas dengan Pendekatan Six Sigma (Studi Kasus : Kerajinan Patung Priminif, Maharani Handycraft)	227
	Reni Dwi Astuti, Endah Utami, Sri Ulina	

MODEL PENJADWALAN PEMESANAN MULTI ITEM DINAMIS DENGAN ADANYA DISKON DAN PENGGUNAAN GUDANG BERSAMA

Siti Mahsanah Budijati, e-mail : mahsanah@uad.ac.id

Program Studi Teknik Industri, Fak. Teknologi Industri

Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta. (0274)379418

Abstrak

Paper ini berhubungan dengan pengembangan model untuk pengintegrasian penjadwalan pemesanan multi item dan penentuan kuantitas pemesanan masing-masing item pada lingkungan dinamis. Pada model ini diskon diberlakukan bagi masing-masing item untuk sejumlah pemesanan tertentu dengan ketentuan diskon yang berbeda satu dengan yang lain. Sementara gudang penyimpanan digunakan bersama bagi item-item tersebut. Model ini merupakan pengembangan dari model yang telah dibuat sebelumnya, dimana pada model sebelumnya dibuat untuk single item. Model pada paper ini dikembangkan dengan pendekatan program dinamis, dengan tujuan minimasi total biaya persediaan, dengan mempertimbangkan biaya pembelian per unit masing-masing item, disamping biaya simpan dan biaya pesan. Kebijakan penentuan kuantitas pemesanan dan penjadwalan pemesanan bagi item-item yang ada diperoleh dengan kriteria minimasi biaya. Contoh numerik diberikan untuk mengilustrasikan jalannya model dan tahap pencarian solusi.

Keyword : program dinamis, multi item, diskon kuantitas, gudang bersama

A. PENDAHULUAN

Pemesanan material ke pihak lain (*supplier*) perlu dilakukan dengan cermat, artinya penentuan saat pemesanan dan kuantitas pemesanan harus direncanakan dengan baik. Pemesanan yang tidak terencana dengan baik, akan mengakibatkan terjadinya pemborosan biaya karena banyaknya material yang harus disimpan setelah dipesan, atau terjadinya kekurangan material untuk produksi karena pemesanan material terlalu sedikit.

Pada lingkungan dinamis, pemesanan material dapat juga ditujukan untuk memenuhi kebutuhan bagi beberapa periode ke depan, disamping untuk memenuhi kebutuhan pada periode bersangkutan.

Masalah pemesanan material dinamis semakin kompleks ketika *supplier* memberlakukan diskon untuk pemesanan sejumlah tertentu. Ketentuan tersebut akan mempengaruhi keputusan kuantitas pemesanan oleh pihak pemesan. Apabila item yang dipesan lebih dari satu jenis, dengan ketentuan diskon masing-masing item berbeda, sementara gudang penyimpanan pihak pemesan digunakan bersama bagi item-item tersebut, maka perencanaan pemesanan material menjadi perlu dipikirkan lagi untuk mengakomodasi hal-hal tersebut.

Masalah tersebut dapat didekati dengan model *inventory* produksi dinamis. Model dasar *inventory* produksi dinamis (Taha, 1997) dikembangkan untuk penempatan order dinamis, namun dalam model ini tidak diakomodasi adanya diskon maupun keterbatasan kapasitas gudang.

Penelitian yang dikembangkan berkaitan dengan masalah diskon pada lingkungan dinamis antara lain dilakukan oleh Abadi,D (2001). Tetapi penelitian ini menggunakan pendekatan yang terpisah-pisah antara keputusan penempatan order dan pemilihan diskon. Pada penelitian ini dilakukan penyederhanaan, dimana order yang dinamis, dicari nilai rata-ratanya sehingga pendekatan dilakukan terhadap nilai rata-rata tersebut yang bersifat statis. Dengan demikian solusi yang dihasilkan tidak sesuai dengan kondisi riil sistem.

Penelitian dari I Gede Agus W (2001) tentang penentuan tingkat pemesanan ekonomis dengan mempertimbangkan perubahan harga menggunakan *evolutionary algorithm*. Penelitian ini diterapkan pada permintaan order statis, belum diterapkan pada permintaan yang dinamis.

Model lain yang telah dikembangkan untuk kondisi *lot-sizing* dinamis adalah model yang dikembangkan oleh Xu, Jiefeng, et al (2000). Model ini mempertimbangkan adanya *joint business volume discount*, untuk beberapa item produk ketika nilai pembelian mencapai harga tertentu. Namun model ini tidak mempertimbangkan adanya keterbatasan kapasitas gudang.

Cechon, GP., dan Lariviere, MA., (2005) mengembangkan model koordinasi rantai pasok dengan perjanjian pembagian pendapatan antara retail dan pemasok. Pendapatan ditentukan oleh harga dan jumlah yang dibeli oleh retail. Pada Model ini juga dicobakan beberapa jenis perjanjian, termasuk adanya diskon. Model ini dikembangkan dengan pendekatan *game theory*.

Pada paper ini dibahas pengembangan model dari model yang telah dibuat sebelumnya. Model sebelumnya (Budijati, 2005) merupakan model pengintegrasian penjadwalan pemesanan dan penentuan kuantitas pemesanan pada lingkungan dinamis, dimana diskon diberlakukan untuk sejumlah pemesanan tertentu, sementara terdapat kendala keterbatasan kapasitas gudang. Tetapi model ini dikembangkan untuk pemesanan *single item*. Model pada paper ini dikembangkan untuk *multi item* dengan pendekatan program dinamis.

B. MODEL DASAR

Model dasar yang digunakan disini adalah model pada Budijati (2005). Beberapa asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut :

1. produk *single item*
2. besar permintaan per periode diketahui dengan pasti
3. tidak diperkenankan adanya *back order*
4. persediaan/ *inventory* di akhir periode sama dengan nol
5. Terdapat beberapa kelas diskon yang berlaku untuk pembelian sejumlah tertentu
6. Ketentuan diskon yang berlaku adalah *all-unit quantity discount*
7. Kapasitas gudang penyimpanan terbatas

Permasalahan pada model dapat dilihat seperti pada Gambar 1. Adapun notasi-notasi yang digunakan adalah sebagai berikut :

x_i : kuantitas pemesanan pada periode ke i

I_0 : persediaan awal pada periode 1

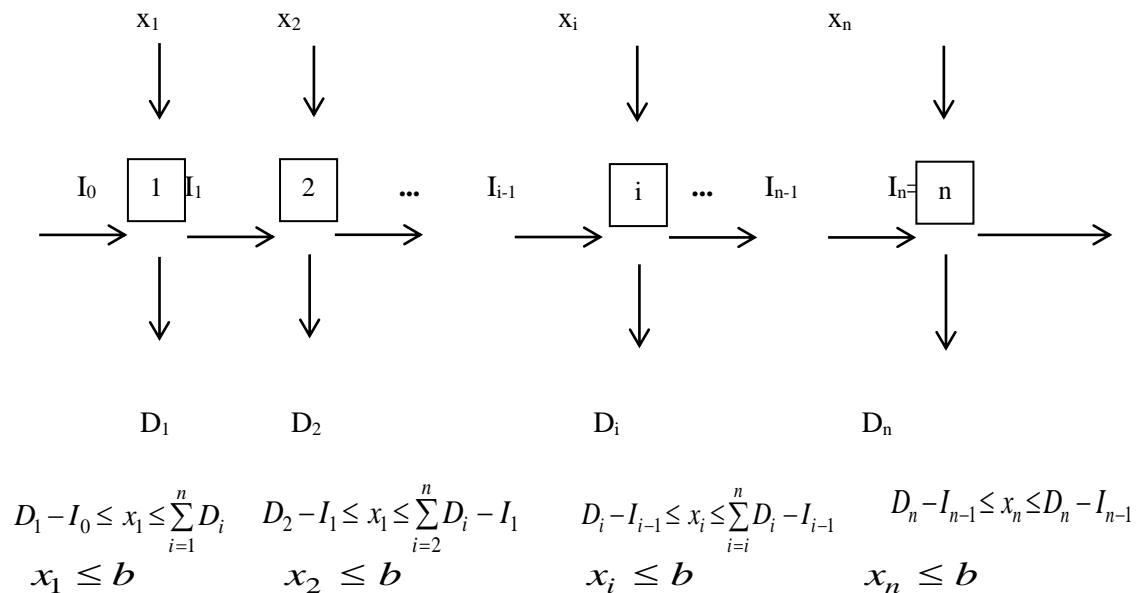
I_{i-1} : persediaan awal periode ke i

i : indeks periode

dimana $i = 1, 2, 3, \dots, n$

b : kapasitas gudang

D_i : permintaan pada periode i



Gambar 1. Situasi Pemesanan dan Persediaan pada Model Dasar

Elemen biaya pada model dasar adalah :

1. Biaya pesan pada periode i dinotasikan dengan K_i

Biaya pesan dikenakan, jika produk bersangkutan dipesan pada periode i , sehingga biaya pesan untuk sekali pemesanan pada periode i dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$K_i = \begin{cases} 0, & \text{jika } x_i = 0 \\ K_i & \text{jika } x_i > 0 \end{cases} \quad (1)$$

2. Biaya simpan per unit dari periode i ke periode $i+1$ dinotasikan dengan h_i
3. Biaya pembelian pada periode i

Biaya pembelian tergantung pada kuantitas pemesanan dan ketentuan diskon, dimana ketentuan diskon dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$C_j = \begin{cases} c_1 & \text{jika } 1 \leq x_i < a_1 \\ c_2 & \text{jika } a_1 \leq x_i < a_2 \\ \dots & \\ c_j & \text{jika } a_{j-1} \leq x_i < a_j \\ \dots & \\ c_m & \text{jika } a_{m-1} \leq x_i < a_m \end{cases} \quad (2)$$

dimana :

C_j adalah harga per unit untuk kelas diskon j , dengan interval kuantitas pemesanan antara a_{j-1} sampai a_j

$a_1 < a_2 < \dots < a_j < \dots < a_m$ adalah urutan kuantitas pemesanan integer terjadinya pemisahan harga

a_j adalah kuantitas maksimal yang dapat dipesan untuk kelas diskon j

a_m adalah kuantitas maksimal pemesanan, biasanya tidak terbatas

j : indeks kelas diskon

dimana $j = 1, 2, 3, \dots, m$

Sehingga biaya pembelian pada periode i , dinotasikan dengan $P_i(x_i)$ adalah :

$$P_i(x_i) = C_j \cdot x_i \quad (3)$$

Dengan demikian total *inventory cost* pada periode i , yang merupakan penjumlahan dari tiga elemen biaya tersebut adalah :

$$TIC_i = K_i + P_i(x_i) + h_i \cdot I_i \quad (4)$$

Model ini bertujuan untuk meminimalkan total *inventory cost* untuk seluruh n periode. Biaya simpan untuk periode i didasarkan pada persediaan pada akhir periode tersebut, sehingga :

$$I_i = I_{i-1} + x_i - D_i \quad (5)$$

Karena pada model ini digunakan pendekatan maju, maka *state* pada *stage* (periode i) adalah I_i , dan tingkat persediaan pada akhir periode, seperti pada Gambar 1. adalah :

$$0 \leq I_i \leq D_{i+1} + \dots + D_n \quad (6)$$

dari pertidaksamaan (6), dapat disimpulkan bahwa, sisa persediaan I_i dapat digunakan untuk memenuhi permintaan pada beberapa periode tersisa. Dengan kata lain bahwa kuantitas pemesanan pada periode i dapat digunakan untuk memenuhi permintaan pada periode bersangkutan dan beberapa periode tersisa, yang dapat dituliskan :

$$D_i - I_{i-1} \leq x_i \leq \sum_{i=i}^n D_i - I_{i-1} \quad (7)$$

Adanya batasan kapasitas gudang pada setiap periode, maka variabel keputusan pada setiap periode i , yaitu kuantitas pemesanan (x_i), harus memenuhi :

$$x_i \leq b \quad (8)$$

Dengan demikian formulasi model program dinamis yang dikembangkan menjadi :

1. Fungsi tujuan :

$f_i(I_i)$ adalah minimasi total biaya persediaan (total *inventory cost*) untuk periode $1, 2, \dots, i$ jika kuantitas pemesanan pada periode i adalah x_j , dengan harga per unit x_i adalah c_j , kapasitas gudang sebesar b , dan persediaan pada akhir periode i adalah I_i

2. Kondisi batas

$$f_1(I_1) = \min_{\substack{D_1 - I_0 \leq x_1 \leq \sum_{i=1}^n D_i - I_0 \\ x_1 \leq b}} \{K_1 + P_1(x_1) + h_1 \cdot I_1\} \quad (9)$$

3. Fungsi hubungan rekursif

$$f_i(I_i) = \min_{\substack{D_i - I_{i-1} \leq x_i \leq \sum_{i=i}^n D_i - I_{i-1} \\ x_i \leq b}} \left\{ K_i + P_i(x_i) + h_i \cdot I_i + f_{i-1}(I_{i-1}) \right\} \quad (10)$$

dimana $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$j = 1, 2, 3, \dots, m$

C. PENGEMBANGAN MODEL

Pada model yang dikembangkan, terdapat dua asumsi yang berbeda dengan model dasar yaitu:

1. Produk *multi item*
2. Kapasitas gudang terbatas dan digunakan bersama untuk semua item

Permasalahan pada model yang dikembangkan dapat dilihat pada Gambar 2. Adapun notasi-notasi yang digunakan adalah sebagai berikut :

x_{ik} : kuantitas pemesanan pada periode ke i untuk item ke k

I_{0k} : persediaan awal pada periode 1 untuk item ke k

I_{i-1k} : persediaan awal periode ke i untuk item ke k

i : indeks periode, dimana $i = 1, 2, 3, \dots, n$

k : indeks item, dimana $k = 1, 2, 3, \dots, p$

b : kapasitas gudang

v_k : volume item ke k

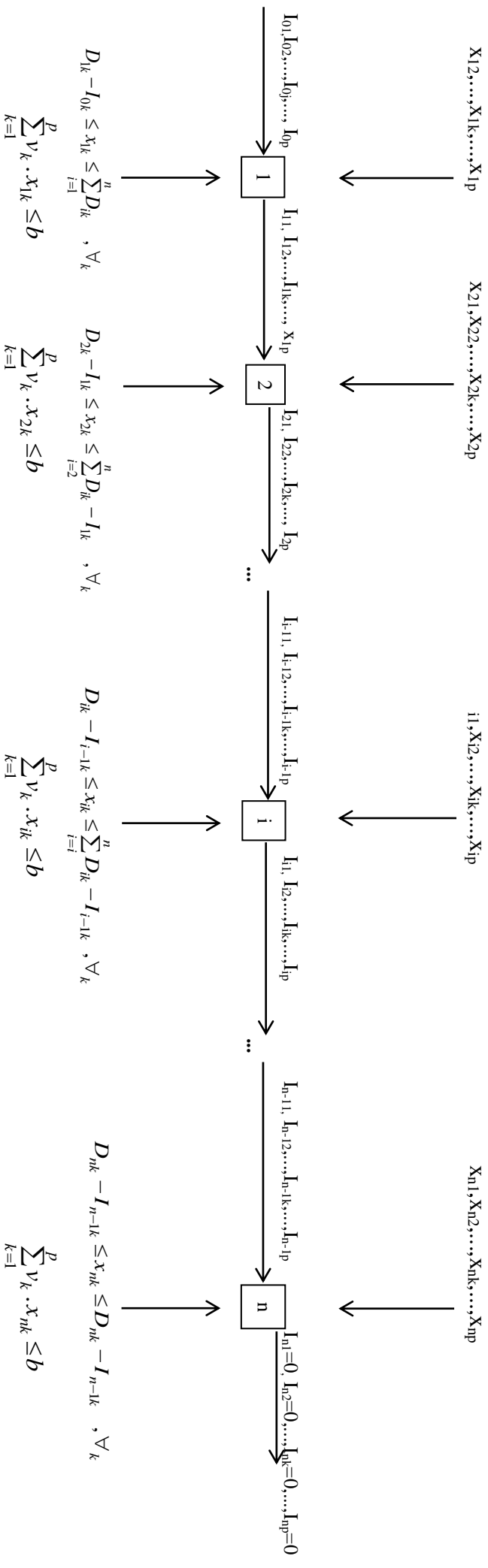
D_{ik} : permintaan pada periode i untuk item ke k

Elemen biaya pada model yang dikembangkan, tidak jauh berbeda dibanding dengan model dasar, kecuali terkait dengan adanya produk yang lebih dari satu, sehingga elemen biayanya terdiri dari:

1. Biaya pesan pada periode i untuk item ke k dinotasikan dengan K_{ik}

Biaya pesan dikenakan, jika produk ke k dipesan pada periode i , sehingga biaya pesan untuk sekali pemesanan pada periode i untuk produk ke k dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$K_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{jika } x_{ik} = 0 \\ K_{ik} & \text{jika } x_{ik} > 0 \end{cases} \quad (11)$$



Gambar 2. Situasi *inventory* Produksi pada Model yang Dikembangkan

2. Biaya simpan per unit dari periode i ke periode $i+1$ untuk item produk ke k dinotasikan dengan h_{ik}
3. Biaya pembelian pada periode i

Biaya pembelian tergantung pada kuantitas pemesanan dan ketentuan diskon untuk masing-masing item produk, dimana ketentuan diskon untuk item produk ke k dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$C_{jk} = \begin{cases} c_{1k} & \text{jika } 1 \leq x_{ik} < a_1 \\ c_{2k} & \text{jika } a_1 \leq x_{ik} < a_2 \\ \dots & \\ c_{jk} & \text{jika } a_{j-1} \leq x_{ik} < a_j \\ \dots & \\ c_{mk} & \text{jika } a_{m-1} \leq x_{ik} < a_m \end{cases} \quad (12)$$

dimana :

C_{jk} adalah harga per unit untuk kelas diskon j untuk item produk ke k, dengan interval kuantitas pemesanan antara a_{j-1} sampai a_j

$a_1 < a_2 < \dots < a_j < \dots < a_m$ adalah urutan kuantitas pemesanan integer terjadinya pemisahan harga

a_j adalah kuantitas maksimal yang dapat dipesan untuk kelas diskon j

a_m adalah kuantitas maksimal pemesanan, biasanya tidak terbatas

j : indeks kelas diskon

dimana $j = 1, 2, 3, \dots, m$

Sehingga biaya pembelian pada periode i untuk item produk ke k, dinotasikan dengan $P_{ik}(x_{ik})$ adalah :

$$P_{ik}(x_{ik}) = C_{jk} \cdot x_{ik} \quad (13)$$

Dengan demikian total *inventory cost* pada periode i, yang merupakan penjumlahan dari tiga elemen biaya tersebut adalah :

$$TIC_i = \sum_{k=1}^p K_{ik} + \sum_{k=1}^p P_{ik}(x_{ik}) + \sum_{k=1}^p h_{ik} \cdot I_{ik} \quad (14)$$

Adanya batasan kapasitas gudang pada setiap periode yang digunakan bersama bagi item-item produk yang disimpan, maka variabel keputusan pada setiap periode i, yaitu kuantitas pemesanan (x_{ik}), harus memenuhi :

$$\sum_{k=1}^p v_k \cdot x_{ik} \leq b \quad (15)$$

Dengan demikian formulasi model program dinamis yang dikembangkan menjadi :

1. Fungsi tujuan :

$f_i(I_{i1}, I_{i2}, \dots, I_{ik}, \dots, I_{ip})$ adalah minimasi total biaya persediaan (total *inventory cost*)

untuk periode 1, 2, ..., i jika kuantitas pemesanan pada periode i adalah $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, \dots, x_{ip}$ dengan harga per unit x_{ik} adalah c_{jk} , dengan kapasitas gudang yang digunakan bersama oleh semua item adalah sebesar b, dan persediaan pada akhir periode i adalah $I_{i1}, I_{i2}, \dots, I_{ik}, \dots, I_{ip}$

2. Kondisi batas

$$f_1(I_{11}, I_{12}, \dots, I_{1k}, \dots, I_{1p}) = \min_{\substack{D_{1k} - I_{0k} \leq x_{1k} \leq \sum_{i=1}^n D_{ik} - I_{0k}, \forall k \\ \sum_{k=1}^p v_k \cdot x_{1k} \leq b}} \left\{ \sum_{k=1}^p K_{1k} + \sum_{k=1}^p P_{1k}(x_{1k}) + \sum_{k=1}^p h_{1k} \cdot I_{1k} \right\} \quad (16)$$

3. Fungsi hubungan rekursif

$$f_i(I_{i1}, I_{i2}, \dots, I_{ik}, \dots, I_{ip}) = \min_{\substack{D_{ik} - I_{(i-1)k} \leq x_{ik} \leq \sum_{i=i}^n D_{ik} - I_{(i-1)k}, \forall k \\ \sum_{k=1}^p v_k \cdot x_{ik} \leq b}} \left\{ \sum_{k=1}^p K_{ik} + \sum_{k=1}^p P_{ik}(x_{ik}) + \sum_{k=1}^p h_{ik} \cdot I_{ik} + f_{i-1}(I_{(i-1)1}, I_{(i-1)2}, \dots, I_{(i-1)k}, \dots, I_{(i-1)p}) \right\} \quad (17)$$

dimana $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$j = 1, 2, 3, \dots, m$

$k = 1, 2, 3, \dots, p$

D. CONTOH NUMERIS

Diketahui permintaan beberapa jenis produk pada masing-masing periode adalah sebagai berikut :

Periode	1	2	3
Permintaan produk ke-1 (D_{11})	4	3	2
Permintaan produk ke-2 (D_{12})	2	1	3

Tidak ada persediaan awal bagi masing-masing produk ($I_{0k} = 0, \forall k$), demikian juga dikehendaki tidak ada persediaan akhir bagi semua produk ($I_{3k} = 0, \forall k$). Biaya pesan untuk sekali pemesanan bagi masing-masing produk tersebut ke pemasok berturut-turut adalah sebesar 100 dan 85, biaya simpan/unit/periode sebesar 2 untuk produk 1 dan 1 untuk produk 2, sedangkan harga per unit masing-masing produk ditentukan dengan ketentuan berikut:

$$C_{j1} = \begin{cases} 5 & \text{jika } 1 \leq x_{i1} < 5 \\ 3 & \text{jika } 5 \leq x_{i1} < 8 \\ 2 & \text{jika } 8 \leq x_{i1} \end{cases} \quad C_{j2} = \begin{cases} 4 & \text{jika } 1 \leq x_{i2} < 3 \\ 3 & \text{jika } 3 \leq x_{i2} < 5 \\ 1 & \text{jika } 5 \leq x_{i2} \end{cases}$$

Sementara volume masing-masing produk adalah 3 satuan dan 2 satuan dengan kapasitas gudang penyimpanan adalah 20 satuan.

Penyelesaian

a. Kondisi batas (stage 1)

$$f_1(I_{11}, I_{12}) = \min_{\substack{4 \leq x_{11} \leq 9 \\ 2 \leq x_{12} \leq 6 \\ 3x_{11} + 2x_{12} \leq 20}} \{K_{11} + K_{12} + P_{11}(x_{11}) + P_{12}(x_{12}) + 2 \cdot I_{11} + 1 \cdot I_{12}\}$$

Kemungkinan nilai		$f_1(I_{11}, I_{12})$	output				
x_{11}	x_{12}		f_1	x_{11}	x_{12}	I_{11}	I_{12}
4	2	$100 + 85 + (5.4) + (4.2) + (2.0) + (1.0) = 213$	213*	4	2	0	0
4	3	$100 + 85 + (5.4) + (3.2) + (2.0) + (1.1) = 215$	215	4	3	0	1
4	4	$100 + 85 + (5.4) + (3.4) + (2.0) + (1.2) = 219$	219	4	4	0	2
5	2	$100 + 85 + (3.5) + (4.2) + (2.1) + (1.0) = 210$	210	5	2	1	0

b. Stage 2

$$f_2(I_{21}, I_{22}) = \min_{\substack{3 \leq x_{11} \leq 5 \\ 1 \leq x_{12} \leq 4 \\ 3x_{11} + 2x_{12} \leq 20}} \left\{ K_{21} + K_{22} + P_{21}(x_{21}) + P_{22}(x_{22}) + 2.I_{21} + 1.I_{22} \right\} + f_1(I_{11}, I_{12})$$

input		Kemungkinan nilai		$f_2(I_{21}, I_{22})$	output				
I_{11}	I_{12}	x_{21}	x_{22}		f_2	x_{21}	x_{22}	I_{21}	I_{22}
0	0	3	1	$213+100+85+(5.3)+(4.1)+(2.0)+(1.0)=417$	417	3	1	0	0
		3	2	$213+100+85+(5.3)+(4.2)+(2.0)+(1.1)=422$	422	3	2	0	1
		3	3	$213+100+85+(5.3)+(3.3)+(2.0)+(1.2)=424$	424	3	3	0	2
		3	4	$213+100+85+(5.3)+(3.4)+(2.0)+(1.3)=428$	428	3	4	0	3
		4	1	$213+100+85+(5.4)+(4.1)+(2.1)+(1.0)=424$	424	4	1	1	0
		4	2	$213+100+85+(5.4)+(4.2)+(2.1)+(1.1)=429$	429	4	2	1	1
		4	3	$213+100+85+(5.4)+(3.3)+(2.1)+(1.2)=431$	431	4	3	1	2
		4	4	$213+100+85+(5.4)+(3.4)+(2.1)+(1.3)=435$	435	4	4	1	3
		5	1	$213+100+85+(3.5)+(4.1)+(2.2)+(1.0)=421$	421*	5	1	2	0
		5	2	$213+100+85+(3.5)+(4.2)+(2.2)+(1.1)=426$	426*	5	2	2	1
0	1	3	1	$215+100+85+(5.3)+(4.1)+(2.0)+(1.0)=419$	419	3	1	0	0
		3	2	$215+100+85+(5.3)+(4.2)+(2.0)+(1.1)=424$	424	3	2	0	1
		3	3	$215+100+85+(5.3)+(3.3)+(2.0)+(1.2)=426$	426	3	3	0	2
		4	1	$215+100+85+(5.4)+(4.1)+(2.1)+(1.0)=426$	426	4	1	1	0
		4	2	$215+100+85+(5.4)+(4.2)+(2.1)+(1.1)=431$	431	4	2	1	1
		4	3	$215+100+85+(5.4)+(3.3)+(2.1)+(1.2)=433$	433	4	3	1	2

0	2	5	1	215+100+85+(3.5)+(4.1)+(2.2)+(1.0)=423	423	5	1	2	0
		5	2	215+100+85+(3.5)+(4.2)+(2.2)+(1.1)=428	428	5	2	2	1
		3	1	219+100+85+(5.3)+(4.1)+(2.0)+(1.0)=423	423	3	1	0	0
		3	2	219+100+85+(5.3)+(4.2)+(2.0)+(1.1)=428	428	3	2	0	1
		4	1	219+100+85+(5.4)+(4.1)+(2.1)+(1.0)=430	430	4	1	1	0
		4	2	219+100+85+(5.4)+(4.2)+(2.1)+(1.1)=435	435	4	2	1	1
		5	1	219+100+85+(3.5)+(4.1)+(2.2)+(1.0)=427	427	5	1	2	0
1	0	5	2	219+100+85+(3.5)+(4.2)+(2.2)+(1.1)=432	432	5	2	2	1
		3	1	210+100+85+(5.3)+(4.1)+(2.0)+(1.0)=414	414*	3	1	0	0
		3	2	210+100+85+(5.3)+(4.2)+(2.0)+(1.1)=419	419*	3	2	0	1
		3	3	210+100+85+(5.3)+(3.3)+(2.0)+(1.2)=421	421*	3	3	0	2
		3	4	210+100+85+(5.3)+(3.4)+(2.0)+(1.3)=425	425*	3	4	0	3
		4	1	210+100+85+(5.4)+(4.1)+(2.1)+(1.0)=421	421*	4	1	1	0
		4	2	210+100+85+(5.4)+(4.2)+(2.1)+(1.1)=426	426*	4	2	1	1
		4	3	210+100+85+(5.4)+(3.3)+(2.1)+(1.2)=428	428*	4	3	1	2
		4	4	210+100+85+(5.4)+(3.4)+(2.1)+(1.3)=432	432*	4	4	1	3

c. Stage 3

$$f_3(I_{31}, I_{32}) = \min_{\substack{0 \leq x_{31} \leq 2 \\ 0 \leq x_{32} \leq 3 \\ 3x_{11} + 2x_{12} \leq 20}} \left\{ K_{31} + K_{32} + P_{31}(x_{31}) + P_{32}(x_{32}) + 2.I_{31} + 1.I_{32} \right\} + f_2(I_{21}, I_{22})$$

input		Kemungkinan nilai		$f_3(I_{31}, I_{32})$	output				
I_{21}	I_{22}	x_{31}	x_{32}		f_3	x_{31}	x_{32}	I_{31}	I_{32}
0	0	2	3	414+100+85+(5.2)+(3.3)+0=618	618	2	3	0	0
0	1	2	2	419+100+85+(5.2)+(4.2)+0=622	622	2	2	0	0
0	2	2	1	421+100+85+(5.2)+(4.1)+0=620	620	2	1	0	0
0	3	2	0	425+100+0+(5.2)+0+0=535	535	2	0	0	0
1	0	1	3	421+100+85+(5.1)+(3.3)+0=620	620	1	3	0	0
1	1	1	2	426+100+85+(5.1)+(4.2)+0=624	624	1	2	0	0
1	2	1	1	428+100+85+(5.1)+(4.1)+0=622	622	1	1	0	0
1	3	1	0	432+100+0+(5.1)+0+0=537	537	1	0	0	0
2	0	0	3	421+0+85+0+(3.3)+0=515	515*	0	3	0	0
2	1	0	2	426+0+85+0+(4.2)+0=519	519	0	2	0	0

Solusi dengan total biaya persediaan minimal adalah sebagai berikut :

Periode 1				Periode 2				Periode 3				Biaya
X ₁₁	X ₁₂	I ₁₁	I ₁₂	X ₂₁	X ₂₂	I ₂₁	I ₂₂	X ₃₁	X ₃₂	I ₃₁	I ₃₂	
4	2	0	0	5	1	2	0	0	3	0	0	515

E. KESIMPULAN

Model yang dikembangkan dengan pendekatan program dinamis ini, dapat digunakan untuk menentukan kuantitas pemesanan masing-masing jenis produk dan jadwal (waktu) pemesanannya, dengan mempertimbangkan ketentuan diskon yang diberikan oleh pemasok bagi setiap jenis produk, dan ketersediaan kapasitas gudang penyimpanan, sehingga total biaya persediaan minimal.

Model ini dapat diterapkan pada perusahaan retail, dengan permintaan order dinamis deterministik, sementara pemasok retail tersebut memberikan ketentuan diskon untuk pembelian sejumlah tertentu, sedangkan kapasitas gudang pada retail terbatas, serta digunakan untuk menyimpan secara bersama-sama bagi semua produk.

Daftar Pustaka

- Abadi, D., 2001, *Perencanaan Persediaan untuk Mengotimalkan Jumlah Bahan Baku (Studi Kasus pada PT Kusumatex Yogyakarta)*. Tugas Akhir Teknik Industri UAD, Yogyakarta
- Budijati, SM., 2005, *Model Penjadwalan Pemesanan Dinamis dengan Adanya Diskon dan Keterbatasan Kapasitas Gudang*, Prosiding Seminar Nasional II Peningkatan Kualitas Sistem Manufaktur dan Jasa, Forkom Teknik Industri Yogyakarta, UII, Yogyakarta
- Cechon, GP., dan Lariviere, MA., 2005, *Supply Chain Coordination with Revenue-Sharing Contract : Strength and Limitations*, Management Science, Vol.51, No.1, pp 30-44
- I Gede Agus W, 2001, *Penentuan Tingkat Pemesanan Ekonomis dengan Mempertimbangkan Perubahan Harga Menggunakan Evolutionary Algorithm*, Proceeding Seminar Nasional Teknik Industri dan Manajemen Produksi, ITS, Surabaya
- Taha, Hamdi A., 1997, *Operation Research an Introduction*, int 6th ed, Prentice-Hall Inc
- Xu, Jiefeng, et al, 2000, *The Deterministic Multi-Item Dynamic Lot Size Problem with Joint Business Volume Discount*, Annals of Operations Research, Volume 96, Numbers 1-4, pages 317-337